

第一章 多项式测试题

一、单项选择

1. 设为 m 、 n 正整数, 则 $x^{3m} + x^{3n}$ 被 $x^2 + x + 1$ 除后的余式为 ().
(A) $x-1$; (B) 0 ; (C) -2 ; (D) 2 .
2. 若 $d(x)$ 是 $f(x)$, $g(x)$ 的最大公因式, 那么 ().
(A) $100d(x)$ 也是 $2f(x), g(x)$ 的最大公因式;
(B) d^2 是 $f(x), g(x)$ 的最大公因式;
(C) $d(x)$ 是 $f^2(x), g^2(x)$ 的最大公因式;
(D) $d(x)$ 是 $f(x) + g(x), f(x)g(x)$ 的最大公因式.
3. 设 $f(x) \in F[x], P$ 是包含 F 的数域, 则 ().
(A) 若 $f(x)$ 在 F 上不可约, 则在 P 上不可约;
(B) 若 $f(x)$ 在 P 上不可约, 则在 F 上不可约;
(C) 若 $f(x)$ 在 P 上可约, 则在 F 上可约;
(D) 若 $f(x)$ 在 P 上有根, 则在 F 上有根.
4. 设 $f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导数, α 是 $f'(x)$ 的 k 重根, 那么 ().
(A) α 必是 $f(x)$ 的 $k-1$ 重根;
(B) α 必是 $f(x)$ 的 $k+1$ 重根;
(C) 当 α 是 $f(x)$ 根时, α 是 $f(x)$ 的 $k-1$ 重根;
(D) 当 α 是 $f(x)$ 根时, α 是 $f(x)$ 的 $k+1$ 重根.
5. 设 $f(x)$ 为首 1 整系数多项式, 且常数项为 1, 那么 $f(x)$ 的有理根 ().
(A) 最多只有两个; (B) 最多 1 个; (C) 没有有理根; (D) 无穷多个.

二、填空题

1. 设 $f(x) = 2x^4 - 3x^3 + 4x^2 + ax + b, g(x) = x^2 - 3x + 1$, 如果 $g(x)$ 除 $f(x)$ 而得的余式为 $25x - 5$, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$. $b = \underline{\hspace{2cm}}$.
2. a, b, c 满足 $\underline{\hspace{2cm}}$ 时, $x^2 + c \mid x^3 + ax + b$.

3. 设 α 、 β 、 γ 是多项式 $x^3 - 6x^2 + 5x - 1$ 的三个根, 则

$$(\alpha - \beta)^2 + (\beta - \gamma)^2 + (\gamma - \alpha)^2 = \underline{\hspace{2cm}} .$$

4. 如果 2 是多项式 $x^4 - 2x^3 + ax^2 + bx - 8$ 的二重根, 那么 $a = \underline{\hspace{1cm}}$, $b = \underline{\hspace{1cm}}$.

三、求多项式 $4x^4 - 7x^2 - 5x - 1$ 的有理根.

四、决定 k 的值, 使 $f(x) = x^2 + (k+6)x + 4k + 2$ 与 $g(x) = x^2 + (k-2)x + 2k$ 的最大公因式是一次多项式.

五、把多项式 $f(x) = (x+1)^4 + (x+1)^3 - 2(x+1)^2 + 1$ 展成 $x-1$ 的方幂之和.

六、证明: $f(x), g(x)$ 互素 $\Leftrightarrow f(x)g(x)$ 与 $f(x) + g(x)$ 互素.

七、证明: $(f^2(x), g^2(x)) = (f(x), g(x))^2$.

八、设 $f(x^3) + xg(x^3)$ 可被 $x^2 + x + 1$ 整除, 证明 $f(x), g(x)$ 可被 $x-1$ 整除.

九、设 $f(x) = (x - \alpha_1)(x - \alpha_2) \cdots (x - \alpha_n) + 1$, 其中 $\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_n$ 是互不相同的整数, 证明

$f(x)$ 在有理数域上可约 $\Leftrightarrow f(x)$ 是整系数多项式的平方.