第二章 行列式测试题

一、单项选择题（每小题 2 分，共 10 分）

1．n级行列式$\begin{vmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{vmatrix}$=（　　）

（A）-1　　（B）$(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}$　　（C）$(-1)^{\frac{n(n+1)}{2}}$　　（D）1

2．令$f(x)=\begin{vmatrix} 2 & x & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & 0 & -2 & -3 \\ -1 & 7 & -2 & -2 \end{vmatrix}$,那么$f(x)$的一次项系数为（　　）

（A） 1；　　（B） 2；　　（C） -1；　　（D） -2

3．如果行列式$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}=d$,那么$\begin{vmatrix} 2a_{11} & 2a_{12} & 2a_{13} \\ 3a_{21} & 3a_{22} & 3a_{23} \\ -a_{31} & -a_{32} & -a_{33} \end{vmatrix}$=（　　）

（A） 2d ；　　（B）3d;　　（C）-d ；　　（D）-6d

4．如果n（$n\geqslant 2$)级行列式中每个元素都是 1 或-1,那么该行列式的值为(　　)

（A）偶数;　　（B）奇数;　　（C）1;　　（D） -1

5．行列式$\begin{vmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 2 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & n \end{vmatrix}$的主对角线上每个元素与其代数余子式乘积之和为(　　)

（A） $n!$;　　（B）$\dfrac{1(1+n)}{2}$;　　（C） $n \cdot n!$;　　（D）$\dfrac{n^2(1+n)}{2}$

二、填空题（每小题 2 分，共 10 分）

1.排列$1(2k)2(2k-1)\cdots k(k+1)$的逆序数为（　　　　）。

2.在 4 级行列式中，项$a_{43}a_{22}a_{34}a_{11}$前带的符号为（　　　　）。

3.$\begin{vmatrix} 1+x & 1 & 1 \\ 1 & 1+x & 1 \\ 1 & 1 & 1+x \end{vmatrix}$=（　　　　）。　　4.$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2^2 & 2^3 \\ 1 & 3 & 3^2 & 3^3 \\ 1 & 4 & 4^2 & 4^3 \end{vmatrix}$=（　　　　）

5.如果方程组$\begin{cases} ax+by+1=0 \\ cx+dy+1=0 \end{cases}$的系数行列式$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}=1$，那么它的解为__________。

三、判断题（每小题 2 分，共 10 分）

1. $\begin{vmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & a_1 \\ 0 & 0 & \cdots & a_2 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_n & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{vmatrix} = -a_1 a_2 \cdots a_n$ （　　）

2.如果 n 级行列式中零元素多于 $n^2 - n$ 个，那么该行列式的值为 0。（　　）

3.两个行列式相加，等于对应元素相加。（　　）

4.行列式中负对角线上元素的余子式与代数余子式互为相反数。（　　）

5. $\begin{vmatrix} -a_{11} & -a_{12} & -a_{13} \\ -a_{21} & -a_{22} & -a_{23} \\ -a_{31} & -a_{32} & -a_{33} \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$ （　　）

四、计算下列行列式的值

1. $\begin{vmatrix} 4 & 1 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 5 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$

2. $\begin{vmatrix} a & b & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & a & b & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & b & \cdots & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & a & b \\ b & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a \end{vmatrix}_{(n)}$

3. $\begin{vmatrix} x_1 + y_1 & x_1 & \cdots & x_1 \\ x_2 & x_2 + y_2 & \cdots & x_2 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_n & x_n & \cdots & x_n + y_n \end{vmatrix}$

4. $\begin{vmatrix} a_1^{n-1} & a_1^{n-2} & \cdots & a_1 & 1 \\ a_2^{n-1} & a_2^{n-2} & \cdots & a_2 & 1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_n^{n-1} & a_n^{n-2} & \cdots & a_n & 1 \end{vmatrix}$

5. $\begin{vmatrix} a & -1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ ax & a & -1 & 0 & \cdots & 0 \\ ax^2 & ax & a & -1 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ ax^n & ax^{n-1} & ax^{n-2} & ax^{n-3} & \cdots & a \end{vmatrix}$

五、当 λ 为何值时，方程组 $\begin{cases} (1+\lambda)x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + (1+\lambda)x_2 + x_3 = \lambda \\ x_1 + x_2 + (1+\lambda)x_3 = \lambda^2 \end{cases}$ 有唯一解？并由 *cramer* 法则求这组解。

六、证明 $\begin{vmatrix} ax+by & ay+bz & az+bx \\ ay+bz & az+bx & ax+by \\ az+bx & ax+by & ay+bz \end{vmatrix} = (a^3+b^3)\begin{vmatrix} x & y & z \\ y & z & x \\ z & x & y \end{vmatrix}$