

第四章 —— 矩阵 测试题

一、单选题（每小题 2 分，共 10 分）

1. 矩阵 $A = \begin{bmatrix} a & b \\ -c & d \end{bmatrix}$ 的伴随矩阵为 ()

- (A) $\begin{bmatrix} a & -b \\ c & d \end{bmatrix}$; (B) $\begin{bmatrix} a & b \\ -c & d \end{bmatrix}$; (C) $\begin{bmatrix} d & -b \\ c & a \end{bmatrix}$; (D) $\begin{bmatrix} d & c \\ -b & a \end{bmatrix}$

2. 设 A 是 n 级可逆矩阵, k 为非零常数, 那么 $|(kA)^{-1}| = ()$

- (A) $\frac{1}{k|A|}$; (B) $\frac{1}{k^n|A|}$; (C) $\frac{k}{|A|}$; (D) $\frac{k^n}{|A|}$;

3. 以下矩阵中 () 是初等矩阵。

- (A) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$; (B) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$; (C) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$; (D) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$;

4. 如果 n 级矩阵 ($n \geq 3$), $A = \begin{bmatrix} 1 & & & a \\ & 1 & & \\ & & \ddots & \\ & & & 1 \\ a & & & 1 \end{bmatrix}$ (未写出元素为 0) 的秩为 $n-1$,

那么 $a = ()$

- (A) ± 1 ; (B) 1; (C) -1; (D) $\frac{1}{n-1}$

5. 设 A 、 B 可逆, 那么分块矩阵 $\begin{bmatrix} 0 & A \\ B & 0 \end{bmatrix}$ 的逆为:

- (A) $\begin{bmatrix} 0 & A^{-1} \\ B^{-1} & 0 \end{bmatrix}$; (B) $\begin{bmatrix} 0 & B^{-1} \\ A^{-1} & 0 \end{bmatrix}$; (C) $\begin{bmatrix} A^{-1} & 0 \\ 0 & B^{-1} \end{bmatrix}$; (D) $\begin{bmatrix} B^{-1} & 0 \\ 0 & A^{-1} \end{bmatrix}$

二、填空题（每小题 2 分，共 10 分）

1. 已知 A, B 为 n 级矩阵, 且 $|A| = 2, |B| = -3$, 则 $|2A^*B^{-1}| = ()$.

2. 设 $A = BC, B = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}, C = (1, 2, -1)$ 那么, $A^3 = ()$.

3. 如果矩阵 $\begin{bmatrix} 1 & a & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ 不可逆, 那么 $a = (\quad)$.

4. 设 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 4 & t & 3 \\ 3 & -1 & 1 \end{bmatrix}$, B 是 3 级非零矩阵, 且 $AB = 0$, 那么 $t = (\quad)$.

5. 设 A 是 $m \times n$ 矩阵, $m < n$, 则 $|A'A| = (\quad)$.

三、判断题 (每小题 2 分, 共 10 分)

1. 如果 A, B 都是 n 级方阵, 那么 $|AB| = |BA|$. ()

2. 如果 A, B 都是 n 级方阵, 且 AB 可逆, 那么 A, B 分别可逆. ()

3. 两个初等矩阵的乘积的仍是初等矩阵. ()

4. 如果 A, B, C, D 可逆, 那么 $\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} A^{-1} & B^{-1} \\ C^{-1} & D^{-1} \end{bmatrix}$. ()

5. 等价矩阵的行列式相等. ()

四、设 $X \begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}$, 求 $X = ?$

五、设 $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$, E 表示三级单位矩阵, 求 $(A + 2E)(A^2 - 4E)^{-1} = ?$

六、设 n 级方阵 A, B 满足 $AB = A - B$, 证明

(1) $A + E$ 可逆, 且 $(A + E)^{-1} = E - B$;

(2) $AB = BA$

七、设 $A, B, A + B$ 都可逆,

(1) 证明 $A^{-1} + B^{-1}$ 也可逆;

(2) $(A^{-1} + B^{-1})^{-1} = ?$

八、已知 A, B 都可逆, 证明

(1) $(AB)^* = B^* A^*$;

(2) $(A')^* = (A^*)'$;

(3) $(A^{-1})^* = (A^*)^{-1}$